Antwoordmodel oefentoets - Formules en grafieken

Vraag 1 **Teken in een figuur de lijnen.**

$l : y = -\frac{1}{2}x + 4$

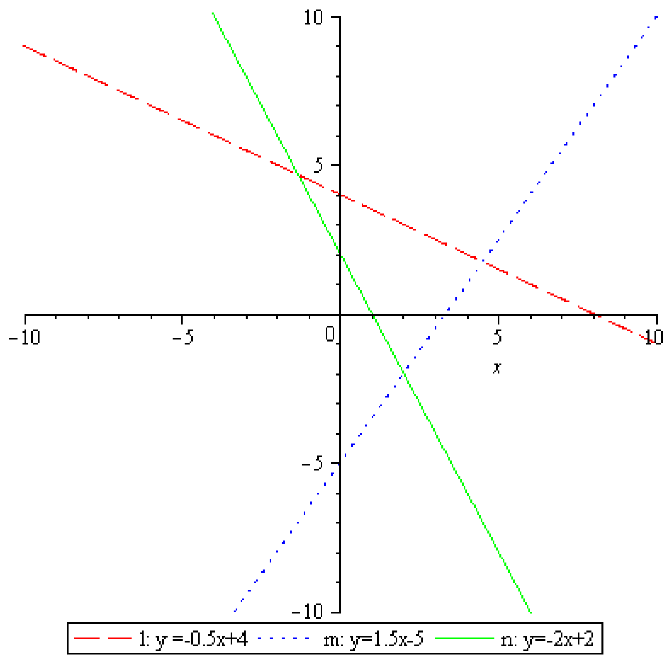
$m : y = \frac{3}{2}x - 5$

$n : y = -2x + 2$

Voer in $y_1 = -\frac{1}{2}x + 4$, $y_2 = \frac{3}{2}x - 5$ en $y_3 = -2x + 2$.

Gebruik dan bijvoorbeeld de volgende window instellingen.

Xmin=-10; Xmax=10; Ymin=-10; Ymax=10



Figuur 1: De lijnen l,m en n.

Vraag 2

a **De lijn $\mathbf{k : y = ax + b}$ gaat door het punt $(-2, 5)$ en is evenwijdig met de lijn $\mathbf{l : y = 4x + 3}$. Bereken a en b.**

k is evenwijdig met l, dus geldt dat $a = 4$.

Invullen van x en y door middel van het punt $(-2, 5)$ in $k : y = 4x + b$ geeft

$5 = 4 \cdot -2 + b$

$5 = b - 8$

$b = 13$

b De lijn k met richtingscoëfficiënt -2 gaat door het punt $(-1, 7)$. Stel de formule op van k.

k, l en m zijn allen lineair, dus van de vorm $y = ax + b$.

Voor k geldt dat $a = -2$, dus $k : y = -2x + b$.

Deze lijn gaat door $(-1, 7)$. Invullen geeft

$7 = -2 \cdot -1 + b$

$7 = b + 2$

$b = 5$

$k : y = -2x + 5$

c De lijn l gaat door de punten $(-2, 5)$ en $(3, 4)$. Stel de formule op van l.

Voor l geldt dat $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-5}{3--2} = -\frac{1}{5}$

Dus $l : y = -\frac{1}{5}x + b$ door $(3, 4)$. Invulen geeft

$4 = -\frac{1}{5} \cdot 3 + b$

$4 = -\frac{3}{5} + b$

$b = 4\frac{3}{5}$

$l : y = -\frac{1}{5}x + 4\frac{3}{5}$

d De lijn m is evenwijdig met de lijn $n : y = 3x + 2$ en gaat door het punt $(-20, 5)$. Stel de formule op van m.

m is evenwijdig met n, dus geldt dat $a = 3$.

Dus $m : y = 3x + b$ door $(-20, 5)$. Invullen geeft

$5 = 3 \cdot -20 + b$

$5 = b - 60$

$b = 65$

$m : y = 3x + 65$

Vraag 3 CERN, de European Organization for Nuclear Research, is een van de grootste centra voor wetenschappelijk onderzoek in de wereld. CERN houdt zich bezig met onderzoek naar fundamentele fysica: hoe is het universum gemaakt en hoe zit het in elkaar. Het onderzoek wordt gedaan door deeltjesversnellers, waarmee men deeltjes met grote snelheid (bijna de lichtsnelheid) op elkaar laat botsen. In de deeltjesversneller is geen veerstand, waardoor de baan van het deeltje een lineaire functie is. Hierbij is V de afstand in km en u de snelheid in m/s. Als de snelheid van het deeltje gelijk is aan 2 km/s, dan heeft het deeltje 25 km afgelegd. Als de snelheid van het deeltje gelijk is aan 10 km/s, dan heeft het deeltje 60 km afgelegd.

a Stel de formule van V op.

V is lineair, dus V is van de vorm $V = au + b$

Voor a geldt dat $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{60-25}{10-2} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$

Dus $V = 4\frac{3}{8}u + b$ door $(10, 60)$. Invullen geeft

$60 = 4\frac{3}{8} \cdot 10 + b$

$60 = 43\frac{3}{4} + b$

$b = 16\frac{1}{4}$

$V = 4\frac{3}{8}u + 16\frac{1}{4}$

b Bereken V voor $\mathbf{u = 3,4}$.

Vul $u = 3,4$ in.

Dit geeft $V = 4\frac{3}{8} \cdot 3,4 + 16\frac{1}{4}$.

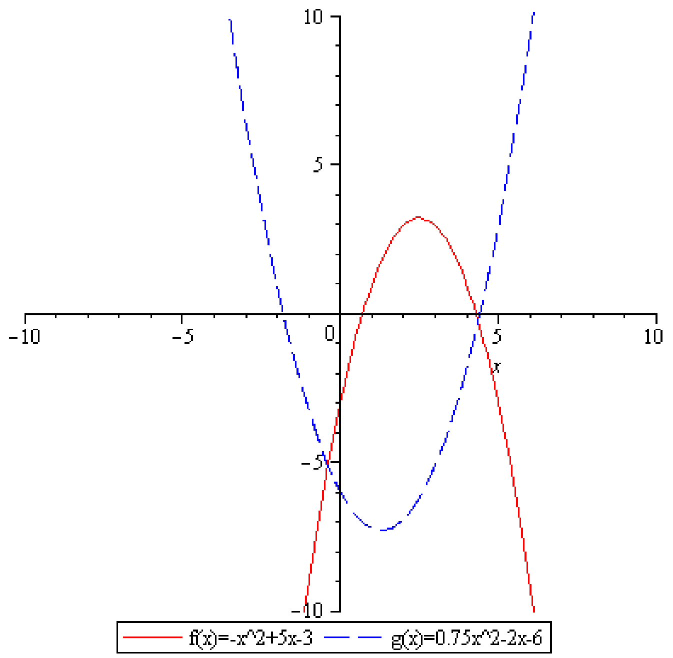
Dus $V = 31\frac{1}{8}$.

Vraag 4 Gegeven zijn de functies $f(x) = -x^2 + 5x - 3$ en $g(x) = \frac{3}{4}x^2 - 2x - 6$

a Teken in een figuur deze grafieken.

Voer in $y_1 = -x^2 + 5x - 3$ en $y_2 = \frac{3}{4}x^2 - 2x - 6$
Gebruik dan bijvoorbeeld de volgende window instellingen.
Xmin=-10; Xmax=10; Ymin=-10; Ymax=10

x	$f(x)$	g(x)
-10	-153	85
-6	$-68,3$	33
-2	-17	$0,6$
0	-6	-3
2	3	$-7,1$
6	-8	9
10	-53	49



Figuur 2: De functies $f(x)$ en $g(x)$.

b Bereken in twee decimalen nauwkeurig de coördinaten van de top van de grafiek van f en van de top van de grafiek van g.

Zoals te zien heeft $f(x)$ een maximum en $g(x)$ een minimum.

Kies de optie maximum voor $f(x)$.

Dit geeft de max $= (2,50; 3,25)$.

Kies de optie minimum voor $g(x)$.

Dit geeft de min $= (1,33; -7,33)$

c Bereken in twee decimalen nauwkeurig de nulpunten van f en g.

Kies de optie zero voor $f(x)$.

Dit geeft de nulpunten $0,70$ en $4,30$.

Kies de optie zero voor $g(x)$.

Dit geeft de nulpunten $x = -1,79$ en $x = 4,46$.

d De horizontale lijn y=1,5 snijdt de grafiek van f en g van links naar rechts in de punten A,B,C en D. Bereken in twee decimalen nauwkeurig de lengte van AC.

Voer in $y_3 = 1,5$.

Kies de optie intersect voor y_1 en y_3.

Dit geeft het punt $A(-2,10;1,5)$.

Kies de optie intersect voor y_2 en y_3.

Dit geeft het punt $C(3,82;1,5)$.

Dus $AC \approx 3,82 - -2,10 = 5,92$.

Vraag 5

a De parabool $\mathbf{y = x^2 + 3x + c}$ gaat door het punt $(\mathbf{3, -1})$. Bereken c.

Vul in: $x = 3$ en $y = -1$.

Dit geeft dan

$-1 = 3^2 + 3 \cdot 3 + c$

$-1 = 18 + c$

$c = -19$

b De parabool $\mathbf{y = -2x^2 + bx - 4}$ gaat door het punt $(\mathbf{2, 5})$. Bereken b.

Vul in : $x = 2$ en $y = 5$.

Dit geeft dan

$5 = -2 \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 4$

$5 = 2b - 12$

$b = \frac{17}{2}$

c De parabool $\mathbf{y = ax^2 + 3x - 2}$ gaat door het punt $(\mathbf{-3, -2})$. Bereken a.

Vul in : $x = -3$ en $y = -2$.

Dit geeft dan

$-2 = a \cdot (-3)^2 + 3 \cdot -3 - 2$

$-2 = 9a^2 - 11$

$9a^2 = 9$

$a = 1 \vee a = -1$

d **Een parabool heeft top $(-3, -2)$ en gaat door het punt $(-5, 7)$. Stel de formule op.**

Deze parabool is van de volgende vorm.

$y = a(x - p)^2 + q$ met (p,q) als coördinaten van de top.

Vul in: $x = -5$,$y = 7$, $p = -3$ en $q = -2$.

Dit geeft dan

$7 = a(-5 - -3)r - 2$

$7 = -2a - 2$

$-2a = 9$

$a = -\frac{9}{2}$

Dus de formule is dan

$y = -\frac{9}{2}(x + 3)^2 - 2$

Vraag 6 Tijdens een tocht door de Grand Canyon komt een groep toeristen in moeilijkheden. De gids besluit een lichtkogel af te vuren om op die manier om hulp te vragen. De kogel wordt afgeschoten 27 meter voor de rand van de Grand Canyon op een diepte van 170 meter, en haalt een maximale hoogte van 300 meter na 20 meter voorbij de rand van de Grand Canyon.

a **Stel een formule van de kogel op in de vorm $\mathbf{y = a(x - p)^2 + q}$.**

Vul in: $p = 20$ en $q = 300$.

Dit geeft dan

$y = a(x - 20)^2 + 300$

b **Schrijf de formule van de parabool in de vorm $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$.**

Vul in: $x = -27$ en $y = -170$.

Dit geeft dan

$-170 = a(-27 - 20)^2 + 300$

$-170 = 2209a + 300$

$2209a = -470$

$a = -4,7$

Dus de formule is dan

$y = -4,7(x - 20)^2 + 300$

Uitschrijven geeft dan

$y = -4,7(x^2 - 40x + 400) + 300$

$y = -4,7x^2 + 188x - 1580$

Vraag 7 De parabool p_1 heeft top (30,101) en gaat door het punt (-3,2).
De parabool p_2 heeft top (12,-8) en gaat door het punt (0,4).

a Stel de formules van $\mathbf{p_1}$ en $\mathbf{p_2}$ op in de vorm $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$.

p_1 en p_2 zijn beide formules die te schrijven zijn in de volgende vorm.

$y = a(x-p)^2 + q$ met (p,q) als top.

Vul voor p_1 in: $x = -3$, $y = 2$, $p = 30$ en $q = 101$.

Dit geeft dan

$2 = a(-3-30)^2 + 101$

$2 = 1089a + 101$

$1089a = -99$

$a = -\frac{1}{11}$

Dus de formule is dan

$y = -\frac{1}{11}(x-30)^2 + 101$

Uitschrijven geeft dan

$y = -\frac{1}{11}(x^2 - 60x + 900) + 101$
$y = -\frac{1}{11}x^2 + 5\frac{5}{11}x + 19\frac{2}{11}$

Vul voor p_2 in: $x = 0$, $y = 4$, $p = 12$ en $q = -8$.

Dit geeft dan

$4 = a(0-12)^2 - 8$

$4 = 144a - 8$

$144a = 12$

$a = \frac{1}{12}$

Dus de formule is dan

$y = \frac{1}{12}(x-12)^2 - 8$

Uitschrijven geeft dan

$y = \frac{1}{12}(x^2 - 24x + 144) - 8$
$y = \frac{1}{12}x^2 - 2x + 4$

b De horizontale lijn door de top van $\mathbf{p_1}$ snijdt de y-as in het punt A. Bereken de lengte van het lijnstuk AB (met B als top van $\mathbf{p_1}$).

Voer in: $y_1 = -\frac{1}{11}x^2 + 5\frac{5}{11}x + 19\frac{2}{11}$

Gebruik de volgende window-instellingen.

Xmin=0; Xmax=40; Ymin=0;Ymax=120

Zoals te zien is dit een maximum.

De optie maximum geeft

B$(30, 101)$

A is het punt $(0, 101)$, want dit is een horizontale lijn.

Dus AB= 30.

c De horizontale lijn door de top van p_2 snijdt de x-as in het punt C. Bereken de lengte van het lijnstuk CD (met D als top van p_2).

Voer in: $y_1 = \frac{1}{12}x^2 - 2x + 4$

Gebruik de volgende window-instellingen.

Xmin=0; Xmax=30; Ymin=-30;Ymax=30

Zoals te zien is dit een minimum.

De optie minimum geeft

D$(12, -8)$

C is het punt $(12, 0)$, want dit is een verticale lijn.

Dus CD= 8.

<u>Vraag 8</u> Gegeven is de functie $f(x) = -x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 7x + 6$.
Deze functie heeft 3 extreme waarden.
Bereken deze extreme waarden in twee decimalen nauwkeurig.

Voer in $y_1 = -x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 7x + 6$.

Gebruik dan bijvoorbeeld de volgende window instellingen.

Xmin=-10; Xmax=10; Ymin=-10; Ymax=100

Zoals te zien heeft $f(x)$ een maximum, een minimum en een maximum.

De opties maximum en minimum geven dan de volgende waarden.

$f(-0,50) \approx 8,19$

$f(0,84) \approx 1,77$

$f(4,17 \approx 74,73$

<u>Vraag 9</u> Marcel houdt ervan om te gaan wandelen. Hij wil wel weten hoe hard hij gaat en heeft een formule gevonden die dit beschrijft. Het is belangrijk te weten dat Marcel niet zo'n goede conditie heeft, waardoor hij soms moet stoppen. Hij kan zijn snelheid (in km/u) beschrijven met de volgende functie: $f(x) = -2x^4 + x^3 + 10x^2$. x is de tijd in uren (h). Als $f(x)$ niet positief is, staat Marcel stil.

a Hoe hard loopt Marcel maximaal? Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Voer in $y_1 = -2x^4 + x^3 + 10x^2$.

Gebruik dan bijvoorbeeld de volgende window instellingen.

Xmin=-3; Xmax=3; Ymin=-10; Ymax=20

Zoals te zien heeft $f(x)$ twee maxima.

Duidelijk is dat de tweede top het hoogste is.

De optie maximum geeft dan

$f(1,78) \approx 17,25$

Dus Marcel loopt maximaal $17,25$ kilometer per uur.

b Marcel wil graag weten hoelang hij harder dan 10 kilometer per uur heeft gelopen. Hoeveel uren heeft Marcel dit gedaan? Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Voer in: $y_2 = 10$.

De optie intersect geeft dan

A$(10; 1,07)$ en B$(10; 2,27)$ met A het eerste snijpunt en B het tweede snijpunt.

Dus AB$\approx 2,27 - 1,07 = 1,10$. Dus Marcel is $1,10$ uur harder gegaan dan 10 kilometer per uur.

*

---

*Dit document is samengesteld door onderwijsbureau Bijles en Training. Wij zijn DE expert op het gebied van bijlessen en trainingen in de exacte vakken, van VMBO tot universiteit. Zowel voor individuele lessen op maat als voor doelgerichte groepstrainingen die je voorbereiden op een toets of tentamen. Voor meer informatie kun je altijd contact met ons opnemen
via onze website: **http://www.wiskundebijlessen.nl**
of via e-mail: **marc_bremer@hotmail.com**.